POMIARY I NIEPEWNOŚCI

Pomiar powtarzany

średnia z pomiarów ····· $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

n ≥ 1; pomiary tej samej wielkości w tych samych jednostkach.

odchylenie standardowe pomiarów

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

n ≥ 2; rozrzut wyników opisuje odchylenie standardowe próby.

niepewność standardowa średniej typu A ····· $u_A = \frac{s}{\sqrt{n}}$

n ≥ 2; niezależne pomiary w tych samych warunkach i o tej samej wariancji. Nie obejmuje dodatkowych składowych typu B.

względna niepewność średniej ····· $u_r = \frac{u_A}{|\bar{x}|}$

Średnia różna od zera. Wzór daje ułamek; żeby otrzymać procenty, mnożymy go przez 100%.

Zapis wyniku pomiaru z niepewnością

krok	zasada	przykład
1	Niepewność zaokrąglamy zwykle do dwóch cyfr znaczących.	u = 0,01225 s → 0,012 s
2	Średnią zaokrąglamy do tego samego miejsca po przecinku co niepewność.	średnia 0,51 s → 0,510 s
3	Wynik zapisujemy z niepewnością i jednostką.	t = (0,510 ± 0,012) s
4	Niepewność względną podajemy w procentach.	u_r = 0,012 / 0,510 ≈ 2,4%

Zapis wyniku pomiaru z niepewnością. Kolejne kroki na przykładzie serii czasów spadania piłki (średnia 0,51 s, niepewność typu A ≈ 0,01225 s).

KINEMATYKA

Ruch jednostajny prostoliniowy

prędkość ····· $v = \frac{s}{t}$

Warunki [1]

droga ····· $s = vt$

Warunki [1]

Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy

przyspieszenie ★ ····· $a = \frac{v_k - v_0}{t}$

Stałe przyspieszenie, ruch po prostej. Wzory z drogą s (w „Gdy brakuje danej") dotyczą ruchu bez zawracania.

prędkość ····· $v_k = v_0 + at$

Stałe przyspieszenie a (składowa na wybranej osi, może być ujemna), ruch po prostej. v_0 i v_k to wartości prędkości ze znakiem względem tej osi; ujemne v_k oznacza ruch w stronę przeciwną do początkowej.

prędkość końcowa a droga ····· $v_k^2 = v_0^2 + 2as$

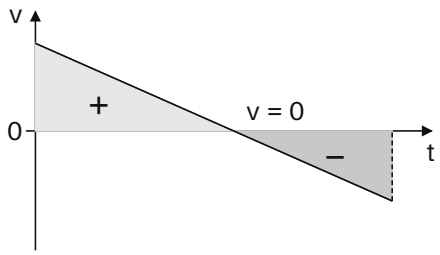
Stałe przyspieszenie, ruch po prostej bez zawracania (s to droga).

droga ★ ····· $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

Stałe przyspieszenie a (składowa na wybranej osi, może być ujemna), ruch po prostej bez zawracania, czyli $v_0 + at \geq 0$; wtedy s to droga.

droga w ruchu jednostajnie opóźnionym ····· $s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$

We wzorach dla ruchu opóźnionego a oznacza dodatnią wartość opóźnienia. Sprawdź warunek $v_0 - at \geq 0$; po zatrzymaniu ciała wzór przestaje opisywać hamowanie (dałby ruch wstecz).
Stałe opóźnienie a (wartość dodatnia), ruch po prostej; wtedy s to droga.



Przemieszczenie jako pole pod wykresem v(t). Na wykresie prędkości od czasu przemieszczenie odpowiada sumie pól nad osią czasu i pól pod osią, liczonych ze znakiem minus. Drogę obliczamy, dodając wartości tych pól. Przy stałej prędkości pole prostokąta wynosi v·t, a przy stałym przyspieszeniu wykres jest odcinkiem i pole trapezu wynosi $(v_0 + v_k)\cdot t/2$, czyli $s = v_0 t + at^2/2$.

Ruch jednostajny po okręgu

prędkość kątowa ····· $\omega = \frac{\alpha}{t}$

Ruch jednostajny po okręgu: α to kąt obrotu w czasie t, t > 0 to czas trwania tego obrotu, α w radianach.

prędkość kątowa a okres ..... $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

częstotliwość ..... $f = \frac{1}{T}$

szybkość liniowa ..... $v = \frac{2\pi r}{T}$

związek prędkości kątowej i liniowej ..... $v = \omega r$

przyspieszenie dośrodkowe ★ ..... $a_{\text{do}} = \frac{v^2}{r} = v\omega = \omega^2 r$

Ruch jednostajnie zmienny po okręgu

przyspieszenie kątowe ..... $\varepsilon = \frac{\omega_k - \omega_0}{t}$

kąt obrotu ..... $\alpha = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$

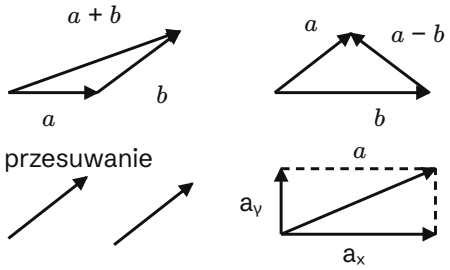
przyspieszenie styczne ..... $a_{\text{st}} = \varepsilon r$

W ruchu po okręgu przyspieszenie styczne zmienia wartość prędkości, a dośrodkowe jej kierunek. r to promień okręgu.

Prędkość średnia

prędkość średnia (szybkość średnia) ..... $v_{\text{śr}} = \frac{s_c}{t_c}$

W tym wzorze vśr oznacza szybkość średnią, potocznie nazywaną prędkością średnią: całkowitą drogę podzieloną przez całkowity czas, razem z postojami. Na ogół nie jest ona średnią arytmetyczną szybkości na kolejnych odcinkach ani szybkością chwilową. Wektorowa prędkość średnia to przemieszczenie podzielone przez czas; po powrocie do punktu startu wynosi zero, choć szybkość średnia może być dodatnia.



Dodawanie, odejmowanie, przesuwanie i rozkładanie wektorów.

[1] Ruch prostoliniowy ze stałą prędkością, t > 0. v oznacza szybkość, czyli nieujemną wartość prędkości; s jest przebytą drogą.

RZUTY

Spadek swobodny

droga w spadku swobodnym ..... $h = \frac{gt^2}{2}$

Warunki [1]

prędkość w spadku swobodnym ..... $v = gt$

Warunki [1]

prędkość po spadku z wysokości h ..... $v = \sqrt{2gh}$

Warunki [1]

Rzut pionowy w dół

droga przebyta w czasie t ..... $s = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$

Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. Rzut pionowy w dół; v_0 to wartość prędkości początkowej skierowanej w dół.

Rzut pionowy w górę

W tej sekcji: Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością.

wysokość po czasie t ..... $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

h liczymy od punktu wyrzutu w górę; po minięciu tego punktu w drodze w dół h jest ujemne. Wzór działa do chwili, gdy ciało uderzy w ziemię albo w przeszkodę.

wysokość maksymalna ★ ..... $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$

Rzut pionowy w górę; $h_{\max}$ to wysokość nad punktem wyrzutu.

czas wznoszenia ..... $t_w = \frac{v_0}{g}$

Rzut pionowy w górę. W rzucie ukośnym zamiast v_0 wstawiamy składową pionową $v_0 \sin \alpha$.

Rzut poziomy

wysokość nad ziemią po czasie t ..... $h = H - \frac{gt^2}{2}$

Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. Wzór opisuje ruch do chwili zetknięcia z ziemią: 0 ≤ t ≤ √(2H/g), przy H ≥ 0.

zasięg ..... $z = v_0 t$

Warunki [2]

czas spadania ..... $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. Ciało puszczone albo rzucone poziomo (bez prędkości pionowej na starcie); H to wysokość nad miejscem lądowania.

Rzut ukośny

początkowa składowa prędkości w poziomie

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$

Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. W zadaniu wyznaczającym prędkość z całkowitego czasu lotu t_c zakładamy jednakową wysokość wyrzutu i lądowania.

początkowa składowa prędkości w pionie $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

Warunki [2]

położenie w poziomie $x = v_{0x} t$

Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. x mierzymy od punktu wyrzutu.

położenie w pionie $y = v_{0y} t - \frac{g t^2}{2}$

Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. Początek osi w punkcie wyrzutu, oś y skierowana w górę. Wysokość nad ziemią to y plus wysokość punktu wyrzutu.

zasięg ★ $z = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Warunki [3]

wysokość maksymalna $h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. Wzory na zasięg i czas całego lotu w rzucie ukośnym dotyczą powrotu na wysokość wyrzutu. Maksymalny przyrost wysokości nie wymaga takiego miejsca lądowania, o ile ciało osiąga wierzchołek toru przed lądowaniem. Wyrzut w górę lub poziomo: początkowa składowa pionowa $v_0 \sin\alpha \geq 0$. $h_{\max}$ jest maksymalną wysokością nad punktem wyrzutu. Przy wyrzucie w dół najwyższym punktem późniejszego lotu jest punkt wyrzutu.

czas lotu $t_c = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g}$

Warunki [3]

[1] Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. Ciało spada bez prędkości początkowej i działa na nie tylko ciężar. Co sekundę jego prędkość rośnie o ok. 9,81 m/s.

[2] Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością.

[3] Pomijamy opór powietrza. Rozpatrujemy ruch blisko powierzchni Ziemi, przy pomijalnej zmianie g z wysokością. Wzory na zasięg i czas całego lotu w rzucie ukośnym dotyczą powrotu na wysokość wyrzutu. Maksymalny przyrost wysokości nie wymaga takiego miejsca lądowania, o ile ciało osiąga wierzchołek toru przed lądowaniem. Kąt wyrzutu α mierzymy od poziomu: $0° < \alpha < 90°$.

DYNAMIKA

Siły i pęd

II zasada dynamiki ★ $ma = F_w$ $a = \frac{F_w}{m}$

Jeżeli siły działające na ciało się nie równoważą, to ciało porusza się z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do siły wypadkowej i odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała. F_w to siła wypadkowa, czyli suma wszystkich sił działających na ciało, a nie jedna z nich. Masa ciała jest stała, a układ odniesienia inercjalny (w zadaniach szkolnych zwykle związany z Ziemią). Zapis skalarny podaje wartości przyspieszenia i siły wypadkowej; wektor przyspieszenia ma kierunek i zwrot siły wypadkowej.

pęd $p = mv$

Pęd ma kierunek i zwrot prędkości; z liczb liczymy jego wartość albo składową na wybranej osi.

popęd siły $F\Delta t = \Delta p$

F to siła wypadkowa: stała albo średnia w czasie Δt. F i Δp to składowe wzdłuż tej samej osi, więc mogą być ujemne.

zasada zachowania pędu ★

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, u$$

W układzie izolowanym (bez sił zewnętrznych) całkowity pęd się nie zmienia. Wzór z liczbami dotyczy ruchu wzdłuż jednej prostej: prędkości bierzemy ze znakiem, a ruch w przeciwnym zwrocie to wartość ujemna. Na płaszczyźnie zasadę stosujemy osobno dla każdej osi. Druga postać opisuje zderzenie doskonale niesprężyste, po którym ciała poruszają się razem ze wspólną prędkością u; część energii mechanicznej zamienia się wtedy w energię wewnętrzną.

siła tarcia $T_k = \mu_k F_N$

Wzór $T = \mu_k F_N$ opisuje tarcie kinetyczne (ciało się przesuwa); na karcie CKE zapisany jako $T_k = \mu_k F_N$. Tarcie statyczne (ciało jeszcze stoi) może przyjąć każdą wartość do $\mu_s F_N$, gdzie μ_s to współczynnik tarcia statycznego.

siła dośrodkowa $F_d = \frac{mv^2}{r}$

F_d to składowa siły wypadkowej skierowana do środka okręgu, a nie osobna siła. Przy stałej szybkości jest całą siłą wypadkową.

Praca, moc, energia

praca $W = Fs\cos\alpha$

Siła stała; s to wartość przemieszczenia (przy ruchu tam i z powrotem nie cała droga).

praca siły stałej wzdłuż drogi $W = Fs$

Siła jest stała i ma ten sam kierunek i zwrot co przesunięcie ciała. Gdy siła tworzy z przesunięciem kąt, praca wynosi $W = Fs\cos\alpha$.

moc $P = \frac{W}{t}$

Moc średnia dotyczy pracy wykonanej w podanym przedziale czasu. Jest równa mocy chwilowej, gdy moc jest stała w tym przedziale.

moc a prędkość $P = Fv$

We wzorze P = Fv siła i prędkość dotyczą tej samej chwili i tego samego ciała. Przy stałej prędkości, np. samochodu na prostej, siła ciągu równoważy opory ruchu. Liczy się kierunek i zwrot siły względem prędkości: F to składowa siły wzdłuż ruchu, ujemna przy hamowaniu, i wtedy moc jest ujemna.

praca jako zmiana energii $W = \Delta E$

Wypadkowa praca wykonana na ciele równa się zmianie jego energii mechanicznej. Sformułowanie z podstawy (SP III.3): «opisuje wykonaną pracę jako zmianę energii».

energia kinetyczna ★ $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$

Energia kinetyczna zależy od układu odniesienia: walizka w jadącym pociągu ma względem pociągu $E_{\text{kin}} = 0$, a względem peronu nie.

energia potencjalna grawitacji ★ $E_{\text{pot}} = mgh$

Blisko powierzchni Ziemi, gdzie g jest praktycznie stałe. Wysokość h liczymy od wybranego poziomu zerowego; poniżej niego h i E_{pot} są ujemne.

energia potencjalna sprężystości $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}kx^2$

W szkole podstawowej energia sprężystości jest omawiana opisowo. Obliczenia $E_s = kx^2/2$ dotyczą sprężyny spełniającej prawo Hooke'a i odkształcenia w zakresie sprężystym.

zasada zachowania energii mechanicznej

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{const} \quad mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2}$$

Suma energii kinetycznej i potencjalnej jest stała, gdy działają tylko siły zachowawcze (bez tarcia i oporu powietrza). Druga postać dotyczy ruchu jednego ciała w jednorodnym polu grawitacji bez tarcia i oporu powietrza; masa m się skraca, więc prędkość i wysokość nie zależą od masy ciała.

Równia pochyła

siła zsuwająca $F_s = mg\sin\alpha$

To składowa ciężaru równoległa do równi, skierowana w dół. Jej wartość nie zależy od tarcia: tarcie to osobna siła, która może ją zrównoważyć.

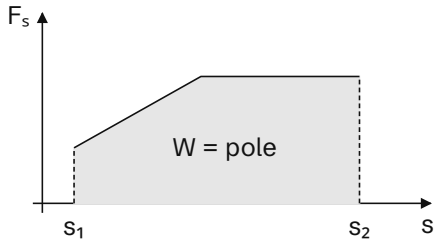
siła nacisku na równi pochyłej $F_N = mg\cos\alpha$

Model równi: ciało nie przyspiesza prostopadle do powierzchni i poza ciężarem nie działa dodatkowa siła o składowej normalnej. Na poziomej powierzchni ($\alpha = 0$) wzór daje $F_N = mg$.

przyspieszenie na równi z tarciem

$$a = g\left(\sin\alpha - \mu_k\cos\alpha\right)$$

Wzór opisuje ciało, które już zsuwa się w dół równi; μ to współczynnik tarcia kinetycznego. Wynik a < 0 oznacza, że ciało zwalnia, a a = 0 ruch ze stałą prędkością. Ciało w spoczynku ruszy tylko wtedy, gdy $\operatorname{tg}\alpha > \mu_s$ i nie działają inne siły; w przeciwnym razie zostaje w miejscu.



Praca jako pole pod wykresem $F_s(s)$. Pole pod wykresem składowej siły wzdłuż przemieszczenia F_s od drogi s jest pracą tej siły. Przy stałej sile pole prostokąta wynosi $F_s \cdot s$. Gdy siła działa przeciwnie do przemieszczenia, $F_s < 0$ i praca jest ujemna.

BRYŁA SZTYWNA

Wielkości ruchu obrotowego

moment siły ★ $M = rF\sin\beta$

Ramię siły ℓ to odległość osi obrotu od prostej, wzdłuż której działa siła: ℓ = r sin β, więc M = F·ℓ. Siła działa w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu. Jeśli ma składową wzdłuż osi, do wzoru bierz tylko składową prostopadłą do osi. N·m to jednostka momentu siły, nie energii. Dżule wychodzą dopiero z pracy W = M·$\Delta\alpha$, gdy kąt jest w radianach.

praca stałego momentu siły $W = M\Delta\alpha$

Moment siły jest stały i działa zgodnie z kierunkiem obrotu; przy kierunku przeciwnym praca ma znak minus. We wzorze kąt $\Delta\alpha$ jest w radianach: 1 obrót = 2π rad. Kalkulator sam przelicza kąt podany w stopniach.

moment bezwładności ★ $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$

twierdzenie Steinera $I = I_0 + md^2$

Osie są równoległe, a jedna z nich przechodzi przez środek masy.

Dynamika ruchu obrotowego

II zasada dynamiki ruchu obrotowego ★ $I\varepsilon = M$

Bryła sztywna obraca się wokół ustalonej osi, przy stałym momencie bezwładności I względem tej osi. M jest wypadkowym momentem sił wzdłuż tej osi.

moment pędu (kręt) $L = I\omega$

Obrót wokół stałej osi; I liczysz względem tej osi, a L to składowa momentu pędu wzdłuż tej osi.

moment pędu punktu materialnego $L = rp\sin\beta$

L liczysz względem wybranego punktu odniesienia; zmiana punktu zmienia r, a więc i L. Dla ruchu po okręgu wokół jego środka β = 90° i L = mvr. r i p to długości wektorów r i p, a β to kąt między nimi.

energia kinetyczna ruchu obrotowego $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}I\omega^2$

Obrót wokół stałej osi, I liczysz względem tej osi. Gdy ciało się toczy, dolicz jeszcze energię ruchu postępowego środka masy: ½mv².

zasada zachowania momentu pędu $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

Gdy wypadkowy moment sił zewnętrznych jest zerowy, moment pędu się nie zmienia: łyżwiarka przyciągająca ręce zmniejsza I i kręci się szybciej. Postać $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ dotyczy obrotu wokół tej samej osi, gdy cały moment pędu jest równy $I\omega$.

toczenie bez poślizgu $v = \omega R$

Punkt styku z podłożem nie ślizga się, więc ma prędkość zero względem podłoża. Wzór dotyczy każdego okrągłego ciała (walec, kula, obręcz, koło).

energia kinetyczna toczącego się ciała

$$E_{\text{kin}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

Ciało toczy się bez poślizgu, więc v = ωR. Pierwszy składnik to energia ruchu postępowego środka masy, drugi energia obrotu wokół osi przez środek masy.

Środek masy

środek masy układu ciał $x_{\text{SM}} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

$$x_{\text{SM}} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

Wszystkie położenia mierz od tego samego punktu i w tym samym kierunku osi. Pierwszy wzór dotyczy układu dowolnej liczby ciał; drugi to jego postać szczególna dla dwóch ciał.

GRAWITACJA

Prawo powszechnego ciążenia

prawo powszechnego ciążenia ★ $F_g = G\frac{Mm}{r^2}$

Dwa ciała przyciągają się siłą wprost proporcjonalną do iloczynu ich mas i odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości między ich środkami. Masy punktowe albo ciała o sferycznie symetrycznym rozkładzie masy, a punkt (drugie ciało) leży na zewnątrz źródła; r mierzymy od środka źródła. Dla innych kształtów to przybliżenie dalekiego pola, a wewnątrz jednorodnej powłoki kulistej pole jest zerowe. Dwie rozciągłe kule nie mogą na siebie zachodzić (r nie mniejsze od sumy promieni). Siła jest wzajemna: każde z dwóch ciał przyciąga drugie siłą F_g o tej samej wartości, więc M i m to po prostu masy obu ciał.

siła ciężkości $F_g = mg$

Ciężar (siła ciężkości) F_g = mg to siła grawitacji przy powierzchni Ziemi (g ≈ 9,81 m/s²). Daleko od Ziemi siłę liczymy z prawa powszechnego ciążenia.

natężenie pola grawitacyjnego $\gamma = \frac{F_g}{m} = G\frac{M}{r^2}$

Masy punktowe albo ciała o sferycznie symetrycznym rozkładzie masy, a punkt (drugie ciało) leży na zewnątrz źródła; r mierzymy od środka źródła. Dla innych kształtów to przybliżenie dalekiego pola, a wewnątrz jednorodnej powłoki kulistej pole jest zerowe. Na powierzchni planety γ = g (pomijając jej obrót): 1 N/kg = 1 m/s². Dla Ziemi γ ≈ 9,82 N/kg.

potencjał grawitacyjny $V = -G\frac{M}{r}$

Przy zerze w nieskończoności potencjał i energia potencjalna grawitacji są ujemne. Blisko powierzchni Ziemi, przy praktycznie stałym g, niewielka zmiana wysokości daje $\Delta E_p \approx mg\Delta h$. To przybliżenie różnicy nie zmienia przyjętego zera. Zapis $E_p = mgh$ odnosi się do lokalnie wybranego poziomu zerowego energii. Masy punktowe albo ciała o sferycznie symetrycznym rozkładzie masy, a punkt (drugie ciało) leży na zewnątrz źródła; r mierzymy od środka źródła. Dla innych kształtów to przybliżenie dalekiego pola, a wewnątrz jednorodnej powłoki kulistej pole jest zerowe.

energia potencjalna grawitacji (ogólnie) $E_{\text{pot}} = -G\frac{Mm}{r}$

Przy zerze w nieskończoności potencjał i energia potencjalna grawitacji są ujemne. Blisko powierzchni Ziemi, przy praktycznie stałym g, niewielka zmiana wysokości daje $\Delta E_p \approx mg\Delta h$. To przybliżenie różnicy nie zmienia przyjętego zera. Zapis $E_p = mgh$ odnosi się do lokalnie wybranego poziomu zerowego energii. Masy punktowe albo ciała o sferycznie symetrycznym rozkładzie masy, a punkt (drugie ciało) leży na zewnątrz źródła; r mierzymy od środka źródła. Dla innych kształtów to przybliżenie dalekiego pola, a wewnątrz jednorodnej powłoki kulistej pole jest zerowe. Zmiana energii przy przejściu z odległości r_1 do r_2 od środka ciała: $\Delta E_p = GMm(1/r_1 - 1/r_2)$; gdy $r_2 > r_1$, energia rośnie.

Ruch satelitów

prędkość na orbicie kołowej $v_{\text{or}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

Warunki [1]

pierwsza prędkość kosmiczna ★ $v_{\text{I}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

Prędkość na orbicie kołowej tuż nad powierzchnią planety (R to jej promień), bez oporu atmosfery. Druga prędkość kosmiczna jest $\sqrt{2}$ razy większa: $v_u = \sqrt{2} \cdot v_{\text{I}} \approx 1{,}41 \cdot v_{\text{I}}$. Dla Ziemi $v_{\text{I}} \approx$ 7,9 km/s, a $v_u \approx$ 11,2 km/s.

druga prędkość kosmiczna $v_u = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Idealna prędkość ucieczki z powierzchni sferycznego, nierotującego ciała o promieniu R, dla obiektu bez napędu. Pomijamy opór atmosfery i oddziaływania innych ciał; w nieskończoności prędkość granicznie dąży do zera. Druga prędkość kosmiczna jest $\sqrt{2}$ razy większa od pierwszej: $v_u = \sqrt{2} \cdot v_{\text{I}} \approx 1{,}41 \cdot v_{\text{I}}$. Dla Ziemi $v_{\text{I}} \approx$ 7,9 km/s, a $v_u \approx$ 11,2 km/s.

okres obiegu $T = \frac{2\pi r}{v_{\text{or}}}$

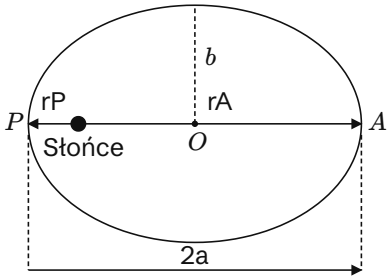
Warunki [1]

II prawo Keplera $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \text{const}$

Promień wodzący planety (odcinek łączący ją ze Słońcem) zakreśla w równych odstępach czasu równe pola, więc planeta porusza się najszybciej najbliżej Słońca. Pole zakreślane w krótkim czasie Δt to ½ · r · v⊥ · Δt, gdzie v⊥ to składowa prędkości prostopadła do promienia wodzącego, więc r · v⊥ = const: w peryhelium i aphelium (v⊥ = v) iloczyn r · v jest taki sam.

III prawo Keplera $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad \frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$

Orbita kołowa; r to promień orbity. Masa satelity znacznie mniejsza od M.



Schemat, nie w skali

Orbita eliptyczna: peryhelium, aphelium i półosie. Słońce leży w ognisku, O jest środkiem elipsy. P: peryhelium (najbliżej), A: aphelium (najdalej). rP i rA to odległości od Słońca; rP + rA = 2a. a: półoś wielka, b: półoś mała. III prawo Keplera dla elipsy: $T^2/a^3 = 4\pi^2/(GM)$, gdy masa satelity jest znacznie mniejsza od M. Dla koła a = r. Schemat, nie w skali.

Elementy astronomii

prawo Hubble'a $v = Hd$

Galaktyki oddalają się od nas z prędkością proporcjonalną do odległości. To jeden z dowodów na rozszerzanie się Wszechświata. Liniowe przybliżenie dla przepływu Hubble'a dalekich galaktyk, gdy pomijamy ich prędkości osobliwe. Nie opisuje ruchu każdej pobliskiej galaktyki; przy dużych przesunięciach ku czerwieni trzeba uwzględnić model kosmologiczny.

[1] Wzory na prędkość na orbicie i okres obiegu dotyczą orbity kołowej i satelity o masie dużo mniejszej od masy planety; pomijamy inne ciała. r to odległość od środka planety (promień planety plus wysokość nad powierzchnią).

DRGANIA I FALE

Drgania harmoniczne

okres z częstotliwości $T = \frac{1}{f}$

Okres T to czas jednego pełnego drgania lub obiegu; częstotliwość f > 0 to liczba drgań na sekundę.

siła sprężystości $F_s = -kx$

Prawo Hooke'a obowiązuje, dopóki sprężyna po odciążeniu wraca do pierwotnej długości. x mierzymy od długości naturalnej sprężyny; przy pionowym zawieszeniu jest to inny punkt niż położenie równowagi obciążonej sprężyny.

częstość kołowa ciężarka na sprężynie $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Idealna sprężyna (masa pomijalna, brak oporów), siła zgodna z prawem Hooke'a.

okres drgań ciężarka na sprężynie $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Idealna sprężyna (masa pomijalna, brak oporów), siła zgodna z prawem Hooke'a. Okres nie zależy od przyspieszenia ziemskiego ani od amplitudy: jest taki sam dla sprężyny poziomej i pionowej.

wychylenie w ruchu harmonicznym $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$

Dla t = 0 wychylenie wynosi A sin φ: φ = 0 oznacza start z położenia równowagi, a φ = 90° (π/2 rad) start z największego wychylenia.

prędkość w ruchu harmonicznym $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$

Wzór zakłada wychylenie x = A sin(ωt + φ), z tą samą fazą początkową φ.

prędkość maksymalna $v_{\max} = A\omega$

przyspieszenie maksymalne $a_{\max} = A\omega^2$

przyspieszenie w ruchu harmonicznym $a = -\omega^2 x$

$a = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$

Druga postać zakłada wychylenie x = A sin(ωt + φ), z tą samą fazą początkową φ.

siła harmoniczna $F_h = -m\omega^2 x$

energia drgań $E = \frac{kA^2}{2} \quad E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$

Drgania bez strat; A to amplituda mierzona od położenia równowagi. Obie postacie są równe, bo dla ciężarka na sprężynie k = mω².

Wahadło matematyczne

okres drgań wahadła matematycznego ★ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Wzór na okres obowiązuje dla małych wychyleń: przy wychyleniu 10° daje okres zaniżony o ok. 0,2%, przy 20° o ok. 0,8%. Nić traktujemy jako nieważką i nierozciągliwą, a ciężarek jak punkt. Okres nie zależy od masy ciężarka.

Fale

prędkość fali ★ $$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

prędkość fali w strunie $$v = \sqrt{\frac{Fl}{m}}$$

Jednorodna, napięta struna (m/l to masa na jednostkę długości) i małe wychylenia.

moc źródła fali $$P = \frac{E}{t}$$

To moc średnia: E to energia wysłana w czasie t. Przy stałej mocy jest równa mocy chwilowej.

natężenie fali $$I = \frac{P}{S} \quad I = \frac{E}{S\Delta t}$$

P to moc przechodząca przez powierzchnię S ustawioną prostopadle do kierunku fali, rozłożona po niej równomiernie. Natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy: dwa razy większa amplituda to cztery razy większe natężenie. Druga postać (z karty CKE): E to energia przeniesiona przez powierzchnię S w czasie Δt, więc E/Δt = P.

natężenie fali kulistej $$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Punktowe źródło wysyła falę równomiernie we wszystkie strony, a ośrodek jej nie pochłania; wtedy natężenie maleje z kwadratem odległości: dwa razy dalej jest cztery razy słabiej. Na karcie wzorów CKE jest tylko zależność I ~ 1/r²: dwa razy dalej natężenie jest cztery razy mniejsze. Mianownik 4πr² to pole sfery o promieniu r, na którą rozkłada się moc źródła.

fala stojąca w strunie $$\lambda = \frac{2l}{n}$$

Struna zamocowana na obu końcach: końce są węzłami fali stojącej.

zjawisko Dopplera $$f_{\text{ob}} = f_{\text{źr}}\frac{v_d + v_{\text{ob}}}{v_d - v_{\text{źr}}}$$

Gdy źródło i obserwator zbliżają się do siebie, odbierana częstotliwość rośnie, a gdy się oddalają, maleje. Wzór dotyczy ruchu wzdłuż prostej łączącej źródło i obserwatora; powietrze jest nieruchome. Prędkość dodatnia oznacza ruch ku drugiemu, ujemna ruch od niego; ten, kto stoi, ma prędkość 0. Na przykład dla nadjeżdżającej karetki i stojącego przechodnia $v_{\text{źr}} > 0$ i $v_{\text{ob}} = 0$. Źródło zbliżające się i obserwator oddalający się muszą być wolniejsze od dźwięku.

Znaki prędkości w zjawisku Dopplera

sytuacja	prędkość we wzorze	odbierany dźwięk
źródło się zbliża	prędkość źródła dodatnia	wyższy
źródło się oddala	prędkość źródła ujemna	niższy
obserwator się zbliża	prędkość obserwatora dodatnia	wyższy
obserwator się oddala	prędkość obserwatora ujemna	niższy

Znaki prędkości w zjawisku Dopplera. Znak prędkości mówi, czy dany obiekt zbliża się do drugiego, czy od niego oddala. Ten, kto stoi, ma prędkość 0.

interferencja fal $$\Delta x = n\lambda \quad \Delta x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

Fale z dwóch zgodnych źródeł (o tej samej częstotliwości i fazie) wzmacniają się tam, gdzie różnica dróg jest całkowitą wielokrotnością długości fali, a osłabiają tam, gdzie jest nieparzystą liczbą połówek fali. Całkowicie się wygaszają tylko wtedy, gdy w tym miejscu mają równe amplitudy. Pierwszy wzór to wzmocnienie: różnica dróg Δx = |r₁ − r₂| jest całkowitą wielokrotnością długości fali. Drugi to wygaszenie: Δx to nieparzysta liczba połówek fali. n = 0, 1, 2, … Kalkulator liczy z liczby połówek fali k = 2Δx/λ: k parzyste (0, 2, 4, …) to wzmocnienie, k nieparzyste (1, 3, 5, …) to wygaszenie. Postacie z karty CKE zapisują te same warunki przez różnicę faz: różnica dróg Δx daje różnicę faz 2πΔx/λ, więc wzmocnienie to różnica faz 2πn, a wygaszenie 2π(n + 1/2).

HYDROSTATYKA

Ciśnienie

ciśnienie $$p = \frac{F}{S}$$

F jest siłą parcia prostopadłą do powierzchni o polu S > 0. Dla siły ukośnej użyj jej składowej prostopadłej; F/S określa średnie ciśnienie na tej powierzchni.

ciśnienie hydrostatyczne ★ $$p = \rho g h$$

p = ρgh to ciśnienie samej cieczy (hydrostatyczne). Na głębokości h w otwartym zbiorniku działa jeszcze ciśnienie atmosferyczne, ok. 1013 hPa = 101 300 Pa, więc ciśnienie całkowite jest od niego większe. Ciecz w spoczynku o stałej gęstości; h to pionowa głębokość pod powierzchnią cieczy. Wzór daje ciśnienie samej cieczy (hydrostatyczne), bez ciśnienia atmosferycznego ponad ciekłą powierzchnią.

ciśnienie całkowite w cieczy $p_c = p_{\text{atm}} + \rho g h$

Ciecz w spoczynku, otwarty zbiornik; h to pionowa głębokość pod swobodną powierzchnią cieczy. Ciśnienie atmosferyczne na poziomie morza wynosi ok. 101 300 Pa (1013 hPa). Każde 10 m słupa wody to ok. jedna atmosfera więcej.

prasa hydrauliczna $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$

Przyrost ciśnienia zewnętrznego wywarty na zamknięty płyn w równowadze przenosi się jednakowo na wszystkie jego punkty. Ciśnienie całkowite może nadal zależeć od wysokości w płynie. Idealna prasa: pomijamy tarcie i ciężar tłoków oraz różnicę ciśnień hydrostatycznych między nimi. Po zewnętrznej stronie obu tłoków działa jednakowe ciśnienie. F_1 i F_2 to wartości dodatkowych sił prostopadłych do tłoków, a $F_1/S_1 = F_2/S_2$ jest wspólnym przyrostem ciśnienia.

naczynia połączone $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$

Dwie niemieszające się ciecze o stałych gęstościach pozostają w spoczynku w otwartych naczyniach połączonych (nad obiema powierzchniami swobodnymi panuje to samo ciśnienie zewnętrzne). Wysokości h_1 i h_2 mierzymy pionowo od wspólnego poziomu granicy rozdziału cieczy do swobodnej powierzchni każdej z nich.

Wypór i pływanie

W tej sekcji: Na ciało zanurzone w płynie działa siła wyporu skierowana pionowo w górę, równa ciężarowi wypartego płynu.

siła wyporu (prawo Archimedesa) ★ $F_{\text{wyp}} = \rho_c V_{\text{zan}} g$

warunek pływania $\rho_c V_{\text{zan}} = \rho_{\text{ciała}} V_{\text{ciała}}$

O tym, czy ciało pływa, zawisa czy tonie w jednorodnym płynie, decyduje porównanie średniej gęstości ciała $\rho_{\text{ciała}}$ z gęstością cieczy (płynu) ρ_c: gdy $\rho_{\text{ciała}} < \rho_c$, ciało pływa częściowo zanurzone na powierzchni; gdy $\rho_{\text{ciała}} = \rho_c$, ciało zawisa wewnątrz cieczy na dowolnej głębokości ($V_{\text{zan}} = V_{\text{ciała}}$); gdy $\rho_{\text{ciała}} > \rho_c$, siła ciężkości przewyższa maksymalną siłę wyporu i ciało tonie. Ciało swobodnie pływa lub zawisa w równowadze w jednorodnym płynie ($\rho_{\text{ciała}} \le \rho_c$); siłę ciężkości równoważy siła wyporu, pomijamy inne siły pionowe. Gdy $\rho_{\text{ciała}} < \rho_c$, ciało pływa częściowo zanurzone ($V_{\text{zan}} < V_{\text{ciała}}$); gdy $\rho_{\text{ciała}} = \rho_c$, zawisa całkowicie zanurzone ($V_{\text{zan}} = V_{\text{ciała}}$); gdy $\rho_{\text{ciała}} > \rho_c$, ciało tonie i równanie równowagi pływania nie jest spełnione.

Gęstość

gęstość $\rho = \frac{m}{V}$

TERMODYNAMIKA

Podstawy

I zasada termodynamiki ★ $\Delta U = Q + W$

praca i ciepło w cyklu $W = -Q$

Gaz wraca do stanu początkowego, więc $\Delta U = 0$ i z I zasady $0 = Q + W$ (tak zapisuje to karta CKE). Praca wykonana przez gaz w cyklu to $-W$, czyli Q.

równanie Clapeyrona (stanu gazu doskonałego) ★ $pV = nRT$

stała gazowa $R = k_B N_A$

średnia energia kinetyczna cząsteczki $E_{\text{śr}} = \frac{3}{2} k_B T$

$E_{\text{śr}} = \frac{s}{2} k_B T$

Postać 3kT/2 opisuje średnią energię kinetyczną ruchu postępowego cząsteczki gazu doskonałego (trzy stopnie swobody). Na karcie CKE jest uogólnienie skT/2; tutaj przyjęto s = 3.

ciepło molowe $C = \frac{Q}{n\Delta T}$

Ciepło molowe to ciepło potrzebne do ogrzania 1 mola substancji o 1 K. Gaz doskonały ogrzewany przy stałym ciśnieniu rozszerza się i wykonuje pracę; dla tego modelu $C_p - C_v = R$. C dotyczy określonego procesu i jest stałe w rozważanym przedziale temperatur albo oznacza jego wartość średnią. Dla gazu rozróżnij ogrzewanie przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości. Gaz doskonały: molowe pojemności cieplne przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości spełniają $C_p - C_v = R$.

związek ciepeł molowych gazu doskonałego $C_p = C_V + R$

Ciepło molowe to ciepło potrzebne do ogrzania 1 mola substancji o 1 K. Gaz doskonały ogrzewany przy stałym ciśnieniu rozszerza się i wykonuje pracę; dla tego modelu $C_p - C_v = R$.

Przemiany gazu doskonałego

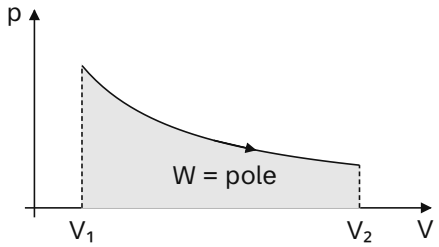
przemiana izotermiczna (T = const) $pV = \text{const}$

przemiana izobaryczna (p = const) $\frac{V}{T} = \text{const}$

przemiana izochoryczna (V = const) $\frac{p}{T} = \text{const}$

praca gazu przy stałym ciśnieniu $W = p\Delta V$

W to praca wykonana przez gaz; w pierwszej zasadzie $\Delta U = Q + W$ wstawiamy pracę nad gazem, czyli $-p\Delta V$.



rozprężanie $V_1 \to V_2$: $W > 0$
sprężanie $V_2 \to V_1$: $W < 0$

Praca gazu jako pole pod wykresem p(V). Praca wykonana przez gaz to pole pod wykresem p(V) między V_1 a V_2. Strzałka pokazuje kierunek przemiany: przy rozprężaniu objętość rośnie i praca jest dodatnia, przy sprężaniu jest ujemna.

Sprawność

sprawność $\eta = \frac{E_{\text{wy}}}{E_{\text{we}}}$

Sprawność to stosunek energii użytecznej (wyjściowej) do energii dostarczonej (wejściowej). Nie przekracza 1 (100%); w modelu bez strat wynosi 1, a przy stratach jest mniejsza od 1.

sprawność silnika cieplnego $\eta = \frac{W}{Q_1}$

Warunki [1]

sprawność silnika Carnota ★ $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

Warunki [1]

[1] Ciepło samorzutnie przepływa tylko od ciała cieplejszego do zimniejszego. Żaden silnik cieplny nie zamienia całego pobranego ciepła na pracę. Spośród silników pracujących między tymi samymi temperaturami grzejnicy i chłodnicy najwyższą sprawność ma silnik Carnota.

CIEPŁO

Skala temperatur

temperatura w skali Kelvina $T = t + 273{,}15$

Liczbę 273,15 dodajesz do temperatury, a nie do jej zmiany: różnica temperatur jest w obu skalach taka sama (ΔT = Δt). Odwrotnie: t = T − 273,15.

Ogrzewanie i przemiany fazowe

ciepło potrzebne do ogrzania ★ $c_w = \frac{Q}{m\Delta T}$ $Q = mc_w\Delta T$

Temperatura bezwzględna T [K] = t [°C] + 273,15. Różnica temperatur jest w obu skalach taka sama: ogrzanie z 20 °C do 100 °C to ΔT = 80 K. Liczbę 273,15 dodajesz do temperatury, nie do jej zmiany. Tylko ogrzewanie albo chłodzenie, bez topnienia i wrzenia: ciepło przemiany fazowej liczy się osobno.

ciepło przemiany fazowej $L = \frac{Q}{m}$ $Q = mL$

Q to energia samej przemiany masy m w stałej temperaturze topnienia albo wrzenia, bez wcześniejszego ogrzewania. Przy krzepnięciu i skraplaniu ciało oddaje tyle samo energii. L zależy od substancji i od przemiany: dla lodu L ≈ 3,34·10⁵ J/kg (topnienie), dla wody w 100 °C L ≈ 2,26·10⁶ J/kg (parowanie), czyli prawie 7 razy więcej.

bilans cieplny ★ $Q_{\text{odd}} = Q_{\text{pob}}$

W układzie izolowanym ciepło oddane przez ciała cieplejsze jest równe ciepłu pobranemu przez ciała chłodniejsze. W tym bilansie pomijamy pracę oraz zmiany innych niż cieplne postaci energii.

Rozszerzalność temperaturowa

rozszerzalność liniowa $\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$

Przybliżenie dla niewielkiej zmiany temperatury.

rozszerzalność objętościowa $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$

Przybliżenie dla niewielkiej zmiany temperatury przy stałym ciśnieniu. Nie stosuj do wody między 0 °C a 4 °C: woda ogrzewana w tym zakresie zmniejsza objętość.

Mieszanie

temperatura końcowa mieszaniny

$$T_k = \frac{m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2}{m_1c_1 + m_2c_2}$$

Wzór wynika z bilansu cieplnego: ciepło oddane przez cieplejszą ciecz równa się ciepłu pobranemu przez chłodniejszą. Obowiązuje bez strat ciepła i bez topnienia ani parowania. Temperatury możesz podać w °C albo w K, byle wszystkie w tych samych jednostkach. Pomijamy pojemność cieplną naczynia. Gdy zadanie ją podaje, ułóż pełny bilans cieplny.

POLE ELEKTROSTATYCZNE

Ładunek elektryczny

ładunek jako wielokrotność e $q = ne$

Ładunek ciała jest zawsze całkowitą wielokrotnością ładunku elementarnego e; ujemny ładunek oznacza nadmiar elektronów.

Centralne pole elektrostatyczne

prawo Coulomba ★ $F_e = \frac{kQq}{r^2}$

Prawo Coulomba w próżni, dla ładunków punktowych: F jest wartością siły, a Q i q oznaczają moduły ładunków. Ładunki jednoimienne odpychają się, różnoimienne przyciągają; r > 0.

stała elektrostatyczna $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

natężenie pola $E = \frac{F_e}{q} = \frac{kQ}{r^2}$

Wzór skalarny na wartość natężenia pola: F, Q i q oznaczają moduły; q > 0, r > 0. E = F/q działa w każdym polu (q to mały ładunek próbny), a postać kQ/r² tylko dla pola ładunku punktowego w próżni. Pole ładunku dodatniego jest skierowane od niego, a ujemnego do niego.

potencjał $\varphi = k\frac{Q}{r}$

Pole ładunku punktowego w próżni; Q jest ładunkiem ze znakiem, r > 0. Potencjał zerowy w nieskończoności.

energia potencjalna $E_{\text{pot}} = \frac{kQq}{r}$

Ładunki punktowe w próżni; Q i q są ładunkami ze znakiem, r > 0. Energia potencjalna zerowa w nieskończoności.

praca sił pola przy przeniesieniu ładunku z A do B

$$W_{AB} = kQq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Pole ładunku punktowego Q w próżni; Q i q są ładunkami ze znakiem. To praca sił pola przy przenoszeniu q, a odległości r_A i r_B są dodatnie.

Gęstość ładunku

gęstość liniowa ładunku ..... $\lambda = \frac{Q}{l}$

λ = Q/l jest średnią liniową gęstością ładunku na odcinku długości l > 0. Dla jednorodnego rozkładu jest też stałą gęstością lokalną; w rozkładzie niejednorodnym gęstość lokalna może być inna.

gęstość powierzchniowa ładunku ..... $\sigma = \frac{Q}{S}$

gęstość objętościowa ładunku ..... $\rho = \frac{Q}{V}$

Jednorodne pole elektrostatyczne, kondensator

natężenie między okładkami ★ ..... $U = Ed$ $E = \frac{U}{d}$

Jednorodne pole między dużymi, równoległymi okładkami; pomijamy efekty brzegowe. E i U oznaczają wartości (moduły), d > 0.

pojemność kondensatora ..... $C = \frac{q}{U}$

Warunki [1]

pojemność kondensatora płaskiego ..... $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

Kondensator płaski w próżni, w przybliżeniu także w powietrzu; pole między okładkami jednorodne, pomijamy efekty brzegowe.

pojemność kondensatora płaskiego z dielektrykiem

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

Kondensator płaski całkowicie wypełniony jednorodnym liniowym dielektrykiem; pomijamy efekty brzegowe.

energia kondensatora ..... $E_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}U^2C$

Warunki [1]

łączenie szeregowe kondensatorów

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$

C to pojemność zastępcza całego układu, a C_1 … C_n pojemności kolejnych kondensatorów połączonych jeden za drugim.

łączenie równoległe kondensatorów

$$C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

C to pojemność zastępcza całego układu, a C_1 … C_n pojemności kondensatorów podłączonych do tych samych dwóch punktów.

Praca w polu elektrostatycznym

praca a napięcie ..... $W = qU$

W = qU to praca sił pola przy przeniesieniu ładunku q z A do B. Ładunek q i napięcie U podstawiaj ze znakiem; U = φ(A) − φ(B). W polu elektrostatycznym praca nie zależy od drogi.

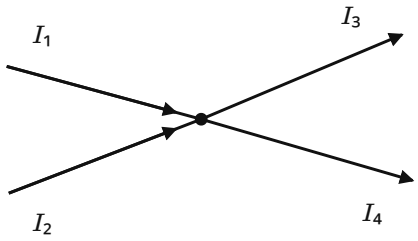
[1] Gdy kondensator jest podłączony bezpośrednio do idealnego źródła stałego napięcia, U = const. Po odłączeniu i odizolowaniu kondensatora, przy pominięciu upływu, q = const. q jest modułem ładunku jednej okładki, a U wartością napięcia między okładkami.

PRĄD STAŁY

Natężenie i napięcie

natężenie prądu ..... $I = \frac{q}{t}$

q to ładunek, który przepłynął przez przekrój w czasie t > 0. Wzór daje natężenie średnie w tym przedziale; dla prądu stałego również wartość chwilową.



$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

Pierwsze prawo Kirchhoffa: prądy w węźle.

napięcie ..... $U = \frac{W}{q}$

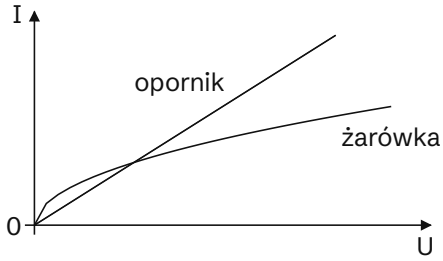
Prawo Ohma i opór

prawo Ohma ★ ..... $I = \frac{U}{R}$

Natężenie prądu płynącego przez przewodnik jest wprost proporcjonalne do napięcia między jego końcami, jeśli opór przewodnika się nie zmienia (tak jest np. dla metalu w stałej temperaturze). Dioda czy żarówka tego prawa nie spełniają.

opór przewodnika ..... $R = \rho \frac{l}{S}$

Jednorodny przewodnik o stałym przekroju; ρ odpowiada jego temperaturze.



Charakterystyka prądowo-napięciowa: opornik i żarówka. Dla opornika (przewodnika spełniającego prawo Ohma) wykres I(U) jest prostą przechodzącą przez początek układu, a jej nachylenie to 1/R. Włókno żarówki nagrzewa się i jego opór rośnie, więc wykres się zagina: prawo Ohma tu nie obowiązuje.

zależność oporu od temperatury ····· $R = R_0\,(1 + \alpha \Delta T)$

Opór metali rośnie z temperaturą. Wzór to przybliżenie liniowe: dobrze działa, dopóki zmiana temperatury ΔT = T − T_0 jest niewielka. Opór półprzewodników zwykle maleje z temperaturą, a zależność bywa nieliniowa; model liniowy można stosować lokalnie, jeśli opisuje dany materiał i przedział temperatur.

opór zastępczy, łączenie szeregowe

$$R_z = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

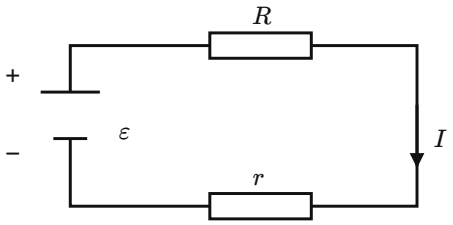
opór zastępczy, łączenie równoległe

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

Ogniwo

prawo Ohma dla obwodu zamkniętego ★ ····· $I = \dfrac{\varepsilon}{R + R_w}$

Warunki [1]



$\varepsilon - I(R + r) = 0$

Drugie prawo Kirchhoffa: zamknięte oczko obwodu. ε: siła elektromotoryczna źródła, r: jego opór wewnętrzny, R: opór zewnętrzny. Obieg jest zgodny z prądem I: przy źródle wzrost ε, na oporach spadki IR i Ir. ε − I(R + r) = 0. Dla źródła idealnego r = 0.

napięcie na zaciskach ogniwa ····· $\varepsilon = U + IR_w$

$$U = \varepsilon - IR_w$$

Warunki [1]

Praca i moc prądu

praca ····· $W = UIt$

U i I są stałe w rozpatrywanym przedziale t, więc moc U·I też jest stała.

moc ★ ····· $P = \dfrac{W}{t} = UI = I^2R = \dfrac{U^2}{R}$

Postacie I^2R i U^2/R dotyczą elementu oporowego spełniającego U = IR. Iloraz W/t oznacza moc średnią; przy stałej mocy jest równy mocy w każdej chwili.

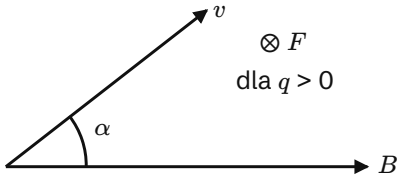
[1] Gdy ogniwo rozładowuje się, zasilając obwód zewnętrzny (I > 0), napięcie na zaciskach jest mniejsze od SEM o spadek Ir na oporze wewnętrznym. Przy ładowaniu prąd płynie w przeciwną stronę, a napięcie jest większe od SEM: U = ε + Ir.

MAGNETYZM I INDUKCJA

Pole magnetyczne

siła Lorentza ★ ····· $F = qvB\sin\alpha$

Magnetyczna część siły Lorentza (bez pola elektrycznego) jest prostopadła do prędkości cząstki i do wektora indukcji. Dla ładunku ujemnego ma zwrot przeciwny niż dla dodatniego. q to wartość bezwzględna ładunku, a α to kąt między wektorem prędkości a wektorem indukcji (0° ≤ α ≤ 180°). Wzór opisuje wartość magnetycznej części siły.



|F| = |q|vB sinα; ⊗ w głąb kartki

Kąt między prędkością a polem magnetycznym.

siła elektrodynamiczna ····· $F = BIl\sin\alpha$

Prosty odcinek przewodnika w jednorodnym polu; α to kąt między kierunkiem prądu a polem.

promień toru cząstki w polu magnetycznym ····· $r = \dfrac{mv}{|q|B}$

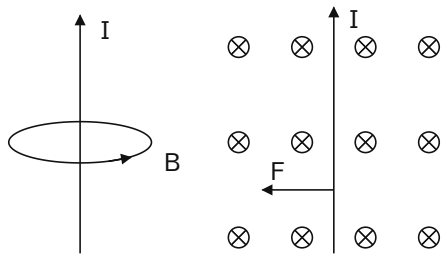
Jednorodne pole magnetyczne, ruch nierelatywistyczny; q ≠ 0 to ładunek cząstki; we wzorze stoi |q|, bo promień nie zależy od znaku ładunku (znak decyduje tylko o kierunku skrętu). Prędkość jest prostopadła do pola, a tor kołowy.

okres obiegu cząstki w polu magnetycznym ····· $T = \dfrac{2\pi m}{|q|B}$

Jednorodne pole magnetyczne, ruch nierelatywistyczny; q ≠ 0 to ładunek cząstki; we wzorze stoi |q|, bo okres nie zależy od znaku ładunku (znak decyduje tylko o kierunku skrętu). Okres ruchu kołowego (lub składowej kołowej toru śrubowego) nie zależy od prędkości; przy prędkości równoległej do pola cząstka nie obiega linii pola. W torze śrubowym promień zależy tylko od składowej prędkości prostopadłej do pola.

pole wokół prostoliniowego przewodnika ····· $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Bardzo długi prostoliniowy przewodnik w próżni, z prądem stałym. Punkt jest poza przewodnikiem, w odległości r > 0 od osi i daleko od jego końców; pomijamy pole innych źródeł.



B w głąb kartki

Kierunek pola wokół przewodnika i siły na przewodnik. Gdy kciuk prawej dłoni wskazuje kierunek prądu I, zgięte palce pokazują kierunek linii pola B wokół przewodnika. Na przewodnik w polu działa siła prostopadła do I i do B: przy prądzie w górę i polu w głąb kartki (⊗) siła jest skierowana w lewo.

pole wewnątrz zwojnicy ····· $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$

Długa zwojnica powietrzna lub w próżni; pole wewnątrz daleko od końców, n oznacza całkowitą liczbę zwojów, a n/l liczbę zwojów na jednostkę długości.

pole w środku pętli kołowej ····· $B = \frac{\mu_0 I}{2r}$

Środek pojedynczej cienkiej kołowej pętli z ustalonym prądem, w próżni lub w przybliżeniu w powietrzu.

moment siły działający na ramkę z prądem

$$M = ISB\sin\alpha$$

Moment siły jest największy, gdy płaszczyzna ramki jest równoległa do linii pola (α = 90°), i zerowy, gdy jest do nich prostopadła. Na tym działa silnik elektryczny. Wzór dla jednej pętli w jednorodnym polu; dla N zwojów moment jest N razy większy.

Indukcja elektromagnetyczna

strumień indukcji magnetycznej ····· $\Phi_B = BS\cos\alpha$

Płaska powierzchnia w jednorodnym polu; α to kąt między polem a prostopadłą do powierzchni.

prawo Faradaya ★ ····· $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$

W zamkniętym obwodzie prąd indukcyjny ma taki kierunek, że jego pole magnetyczne przeciwdziała zmianie strumienia, która go wywołała. Stąd minus w prawie Faradaya. Iloraz $\Delta\Phi/\Delta t$ wyznacza średnią SEM w czasie $\Delta t > 0$. Gdy strumień zmienia się liniowo, SEM chwilowa jest stała i w całym przedziale równa średniej; przy zmiennej szybkości zmian wartość chwilową wyznacza się w granicy Δt dążącego do zera. Wzór dotyczy jednego zwoju: Φ to strumień przez jeden zwój. Dla cewki o n zwojach $\varepsilon = -n \cdot \Delta\Phi/\Delta t$, gdzie $\Delta\Phi$ to zmiana strumienia przez jeden zwój. Minus mówi o kierunku SEM (reguła Lenza); wartość SEM to $|\Delta\Phi/\Delta t|$ (dla cewki $n \cdot |\Delta\Phi/\Delta t|$).

SEM w przewodniku poruszającym się w polu ····· $\varepsilon = Blv$

Prosty przewodnik o długości l, jego prędkość v i jednorodne pole B są wzajemnie prostopadłe. Wzór podaje wartość SEM; jej istnienie nie wymaga zamknięcia obwodu.

transformator ····· $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$

Transformator idealny (bez strat), zasilany napięciem zmiennym; dla napięcia stałego napięcie wtórne wynosi 0. Stosunek napięć jest taki sam dla wartości skutecznych i dla amplitud.

transformator: natężenia prądów ····· $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$

$$I_1 U_1 = I_2 U_2$$

Transformator idealny (bez strat), zasilany prądem zmiennym. Stosunek natężeń jest taki sam dla wartości skutecznych i dla amplitud. Druga postać (z karty CKE) to równość mocy po obu stronach transformatora idealnego.

SEM samoindukcji ····· $\varepsilon = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$

W zamkniętym obwodzie prąd indukcyjny ma taki kierunek, że jego pole magnetyczne przeciwdziała zmianie strumienia, która go wywołała. Stąd minus w prawie Faradaya. Przy stałej indukcyjności L iloraz $\Delta I/\Delta t$ daje średnią SEM w czasie Δt. Gdy natężenie zmienia się liniowo, SEM chwilowa jest stała i w całym przedziale równa średniej.

SEM prądnicy ····· $\varepsilon = NBS\omega\sin(\omega t)\quad \varepsilon_{\max} = NBS\omega$

Ramka z n zwojami obraca się ze stałą prędkością kątową ω w jednorodnym polu magnetycznym, wokół osi prostopadłej do pola. Strumień zmienia się okresowo, więc SEM jest sinusoidalna, a jej największa wartość to nBSω. Postać z sin(ωt) zakłada, że w chwili t = 0 płaszczyzna ramki jest prostopadła do pola.

Prąd przemienny

napięcie skuteczne ····· $U_{\text{sk}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$

Relacja $U_{sk} = U_0/\sqrt{2}$ dotyczy napięcia o przebiegu sinusoidalnym.

natężenie skuteczne ····· $I_{\text{sk}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

Relacja $I_{sk} = I_0/\sqrt{2}$ dotyczy prądu o przebiegu sinusoidalnym; I_0 jest amplitudą, a nie wartością międzyszczytową.

OPTYKA

Załamanie światła

względny współczynnik załamania ★

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

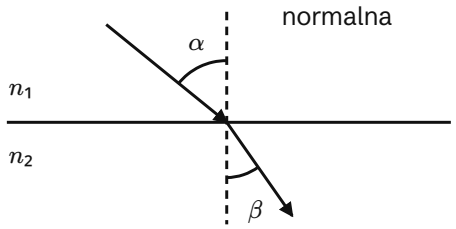
Przy padaniu prostopadłym ($\alpha = \beta = 0$) ilorazu sinusów nie liczymy; wtedy wystarczą n_2/n_1 albo v_1/v_2. Model optyki szkolnej: zwykłe przezroczyste ośrodki dla światła widzialnego, n ≥ 1. v jest prędkością fazową; ograniczenie n ≥ 1 nie obejmuje wszystkich ośrodków i częstotliwości.

bezwzględny współczynnik załamania ..... $n = \frac{c}{v}$

Model optyki szkolnej: zwykłe przezroczyste ośrodki dla światła widzialnego, n ≥ 1. v jest prędkością fazową; ograniczenie n ≥ 1 nie obejmuje wszystkich ośrodków i częstotliwości.

prawo załamania (Snelliusa) ..... $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$

Przy padaniu prostopadłym ($\alpha = \beta = 0$) ilorazu sinusów nie liczymy; prawo zapisujemy wtedy jako $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$. Kąty mierzymy od normalnej: w tym modelu od 0° do 90°. Nie wybieramy drugiej gałęzi sinusa, π minus kąt.



$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$

Prawo załamania: kąty względem normalnej.

kąt graniczny ..... $\sin\alpha_{\mathrm{gr}} = \frac{n_2}{n_1}$

Kąt graniczny wyznaczamy dla przejścia do ośrodka o mniejszym współczynniku załamania ($n_1 > n_2$), gdy kąt załamania wynosi 90°. Całkowite wewnętrzne odbicie zachodzi dopiero przy kącie padania większym od granicznego; wykorzystują je światłowody. Kąty mierzymy od normalnej: w tym modelu od 0° do 90°. Nie wybieramy drugiej gałęzi sinusa, π minus kąt.

Zwierciadła i soczewki

równanie zwierciadła ..... $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f} \quad f = \frac{R}{2}$

Dla rzeczywistego przedmiotu x > 0, a dla obrazu pozornego y < 0. Obraz pozorny powstaje za zwierciadłem, a w przypadku soczewki po tej samej stronie co przedmiot. Wartość powiększenia liniowego wynosi |y|/x; sam moduł nie określa orientacji obrazu. Zwierciadło sferyczne w przybliżeniu przyosiowym. Dla zwierciadła wklęsłego f > 0 i R > 0, a dla wypukłego f < 0 i R < 0.

równanie soczewki ★ ..... $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}$

Dla rzeczywistego przedmiotu x > 0, a dla obrazu pozornego y < 0. Obraz pozorny powstaje za zwierciadłem, a w przypadku soczewki po tej samej stronie co przedmiot. Wartość powiększenia liniowego wynosi |y|/x; sam moduł nie określa orientacji obrazu. Model cienkiej soczewki, promienie przyosiowe. Soczewka skupiająca ma f > 0, a rozpraszająca f < 0.

ogniskowa soczewki ..... $\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{\mathrm{socz}}}{n_{\mathrm{otocz}}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

We wzorze na ogniskową soczewki promień powierzchni wypukłej bierzemy ze znakiem plus, wklęsłej ze znakiem minus, a płaskiej jako nieskończony. Cienka soczewka, promienie blisko osi, ten sam ośrodek po obu stronach soczewki.

zdolność skupiająca ..... $Z = \frac{1}{f}$

Dla soczewki rozpraszającej f i Z są ujemne; w równaniu soczewki obraz pozorny ma ujemne y.

powiększenie ..... $p = \frac{h_o}{h_p} = \frac{|y|}{x}$

Dla rzeczywistego przedmiotu x > 0, a dla obrazu pozornego y < 0. Obraz pozorny powstaje za zwierciadłem, a w przypadku soczewki po tej samej stronie co przedmiot. Wartość powiększenia liniowego wynosi |y|/x; sam moduł nie określa orientacji obrazu.

Optyka falowa

siatka dyfrakcyjna ★ ..... $d\sin\alpha = n\lambda$

Światło pada prostopadle na siatkę; wzór daje kierunki maksimów głównych. Kąty mierzymy od normalnej: w tym modelu od 0° do 90°. Nie wybieramy drugiej gałęzi sinusa, π minus kąt.

stała siatki ..... $d = \frac{1}{N}$

Polaryzacja światła

kąt Brewstera (polaryzacja przy odbiciu) ..... $\alpha_B + \beta = 90^\circ$

$\operatorname{tg}\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$

Gdy światło niespolaryzowane pada na granicę dwóch przezroczystych ośrodków tak, że promień odbity i załamany są do siebie prostopadłe, światło odbite jest całkowicie spolaryzowane. Światło pada z ośrodka o współczynniku załamania n_1 na ośrodek n_2, $n_1 \neq n_2$. Światło pada z ośrodka o współczynniku n_1 na ośrodek n_2, przy czym $n_1 \neq n_2$: przy równych współczynnikach na granicy nie ma wiązki odbitej.

Fotometria

strumień świetlny ..... $\Phi = I\Omega$

I to światłość stała w kącie Ω (albo jej średnia w tym kącie).

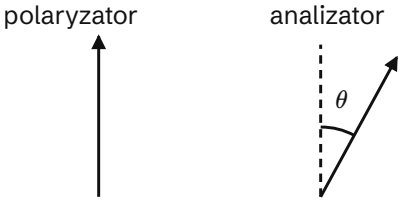
natężenie oświetlenia ..... $E = \frac{\Phi}{S}$

Φ oznacza strumień padający na S, a E jest średnią po tej powierzchni; przy równomiernym oświetleniu jest też wartością lokalną. Strumień emitowany przez źródło można wstawić tylko wtedy, gdy w całości dociera do S.

natężenie oświetlenia od źródła punktowego

$$E = \frac{I\cos\alpha}{r^2}$$

Przy tej samej światłości i tym samym kącie padania natężenie oświetlenia maleje z kwadratem odległości od źródła: dwa razy dalej to cztery razy ciemniej. α to kąt między promieniem światła a prostopadłą do oświetlanej powierzchni; gdy światło pada prostopadle, cos α = 1. Punktowe źródło, r jest odległością do rozpatrywanego punktu, α kątem między kierunkiem padania światła i normalną do powierzchni; brak strat na drodze światła.



$I = I_0 \cos^2\theta$; θ między osiami

Polaryzacja: kąt między kierunkami polaryzatorów.

FIZYKA ATOMOWA I JĄDROWA

Fotony i fale materii

energia fotonu ★ $$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

λ oznacza długość fali w próżni, a c prędkość światła w próżni.

zjawisko fotoelektryczne (wzór Einsteina) ★ $$hf = W + E_{\text{kin}}$$

E_k oznacza maksymalną energię kinetyczną fotoelektronu. Fotoefekt wymaga hf ≥ W. Przy hf = W maksymalna energia kinetyczna fotoelektronu wynosi zero; przy hf < W emisja nie zachodzi. Natężenie światła zmienia liczbę emitowanych elektronów, a nie ich maksymalną energię.

pęd fotonu $$p = \frac{h}{\lambda}$$

λ to długość fali w próżni.

długość fali de Broglie'a $$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

Postać z p = mv jest nierelatywistyczna (v ≪ c). Ogólna zależność to $\lambda = h/p$.

Atom wodoru

energia elektronu na n-tej orbicie $$E_n = -\frac{13{,}6\ \text{eV}}{n^2}$$ $$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

Wzór dotyczy atomu wodoru (jeden elektron, Z = 1). Dla jonu jednoelektronowego o Z protonach w jądrze (np. He^+) energie są Z^2 razy większe co do wartości bezwzględnej: $E_n = -13{,}6\ \text{eV} \cdot Z^2/n^2$.

energia fotonu przy przejściu między orbitami $$hf = E_m - E_n$$

E_m oznacza energię wyższego poziomu, E_n niższego: $E_m > E_n$ i f > 0. Przy emisji atom przechodzi z m do n, przy absorpcji z n do m. Równe energie nie opisują emisji ani absorpcji fotonu w tym modelu.

długość fali w widmie wodoru (wzór Rydberga) $$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Elektron przechodzi z orbity m na niższą orbitę n i wysyła foton. Dla n = 1 to seria Lymana (ultrafiolet), dla n = 2 seria Balmera (cztery linie w świetle widzialnym, pozostałe w bliskim ultrafiolecie), dla n = 3 seria Paschena (podczerwień). Przyjęto R dla wodoru z poprawką masy zredukowanej: $R = R_\infty/(1 + m_e/m_p) \approx 1{,}0967758 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1}$. $R_\infty \approx 1{,}0973732 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1}$ dotyczy nieskończenie ciężkiego jądra; to odrębne przybliżenie.

Promieniowanie cieplne

W tej sekcji: Każde ciało promieniuje, tym silniej, im jest gorętsze. Wzory dotyczą ciała doskonale czarnego; żelazo rozgrzane do białości świeci krótszą falą niż rozgrzane do czerwoności, bo jest gorętsze.

prawo Wiena $$\lambda_{\max} T = b$$

prawo Stefana-Boltzmanna $$I = \sigma T^4$$

Ciało doskonale czarne; T to temperatura bezwzględna powierzchni w kelwinach. Dla ciała rzeczywistego natężenie jest mniejsze (mnożymy przez emisyjność).

Fizyka jądrowa

równoważność masy i energii ★ $$E_0 = mc^2$$

energia wiązania jądra $$E_w = \Delta m c^2$$

prawo rozpadu promieniotwórczego $$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Warunki [1]

aktywność promieniotwórcza $$A = \lambda N$$

stała rozpadu $$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Warunki [1]

deficyt masy $$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_j$$

m_j to masa samego jądra, bez elektronów. Masa atomu z tablic jest większa o $Z \cdot m_e$ (m_e to masa elektronu), więc przy masach atomów użyj masy atomu wodoru zamiast m_p albo odejmij $Z \cdot m_e$ od masy atomu.

Mechanika relatywistyczna

pęd relatywistyczny $$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Warunki [2]

energia całkowita (relatywistyczna) $$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Warunki [2]

energia kinetyczna (relatywistyczna) $E_{\text{kin}} = E - E_0$

Warunki [2]

związek energii i pędu $E^2 = E_0^2 + (pc)^2$

$E_0^2 = E^2 - (cp)^2$

Wzory relatywistyczne obowiązują przy każdej prędkości, także małej; ciało o masie m > 0 ma v < c, a foton ($E_0 = 0$) ma E = pc. Gdy v jest dużo mniejsza od c: p ≈ mv, energia kinetyczna E_{kin} ≈ mv²/2, a energia całkowita E ≈ mc² + mv²/2; energia spoczynkowa pozostaje składnikiem energii całkowitej. Do wyznaczenia E_0 z pędu i prędkości potrzebne jest 0 < v < c; dla ciała w spoczynku trzeba znać masę.

[1] Po czasie $T_1/_2$ rozpada się średnio połowa jąder danego izotopu, a po $2T_1/_2$ zostaje średnio jedna czwarta. Rozpady są losowe, więc dla dużej próbki to bardzo dokładne przybliżenie, a dla jednego jądra tylko prawdopodobieństwo 50%.

[2] Wzory relatywistyczne obowiązują przy każdej prędkości, także małej; ciało o masie m > 0 ma v < c, a foton ($E_0 = 0$) ma E = pc. Gdy v jest dużo mniejsza od c: p ≈ mv, energia kinetyczna E_{kin} ≈ mv²/2, a energia całkowita E ≈ mc² + mv²/2; energia spoczynkowa pozostaje składnikiem energii całkowitej.

STAŁE FIZYCZNE

przyspieszenie ziemskie $g \approx 9{,}81\ \text{m/s}^2 \approx 10\ \text{m/s}^2$

średni promień Ziemi $R_Z \approx 6370\ \text{km}$

stała grawitacji $G \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N·m}^2/\text{kg}^2$

stała Avogadra $N_A \approx 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

objętość molowa gazu doskonałego w warunkach normalnych (0 °C, 1013,25 hPa)

$V_m \approx 22{,}4\ \text{dm}^3/\text{mol}$

stała gazowa (nie mylić ze stałą Rydberga)

$R \approx 8{,}31\ \text{J/(K·mol)}$

stała Boltzmanna (nie mylić ze stałą elektrostatyczną)

$k_B \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K}$

prędkość światła w próżni $c \approx 3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}$

stała Plancka $h \approx 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J·s}$

ładunek elementarny $e \approx 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$

masa spoczynkowa elektronu $m_e \approx 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$

przenikalność elektryczna próżni

$\varepsilon_0 \approx 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{C}^2/(\text{N·m}^2)$

stała elektrostatyczna (nie mylić ze stałą Boltzmanna)

$k \approx 9 \cdot 10^9\ \text{N·m}^2/\text{C}^2$

przenikalność magnetyczna próżni $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{N/A}^2$

masa Ziemi $M_Z \approx 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$

masa protonu $m_p \approx 1{,}673 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$

masa neutronu $m_n \approx 1{,}675 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$

jednostka masy atomowej $1\ \text{u} \approx 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$

elektronowolt $1\ \text{eV} \approx 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

stała Rydberga (nie mylić ze stałą gazową)

$R \approx 1{,}097 \cdot 10^7\ 1/\text{m}$

ciśnienie atmosferyczne normalne

$p_{\text{atm}} = 101\,325\ \text{Pa} \approx 1013\ \text{hPa}$

gęstość wody $\rho_w \approx 1000\ \text{kg/m}^3$

ciepło właściwe wody $c_w \approx 4200\ \text{J/(kg·K)}$

ciepło topnienia lodu $L \approx 334\ \text{kJ/kg} = 3{,}34 \cdot 10^5\ \text{J/kg}$

ciepło parowania wody (w 100 °C) $L \approx 2{,}26 \cdot 10^6\ \text{J/kg}$

prędkość dźwięku w powietrzu o temperaturze ok. 15 °C

$v_d \approx 340\ \text{m/s}$

stała Wiena $b \approx 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{m·K}$

stała Stefana-Boltzmanna $\sigma \approx 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\text{·K}^4\text{)}$

stała Hubble'a $H \approx 70\ \text{(km/s)/Mpc} \approx 2{,}3 \cdot 10^{-18}\ 1/\text{s}$