Fotony i fale materii

energia fotonu ★ $$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

λ oznacza długość fali w próżni, a c prędkość światła w próżni.

zjawisko fotoelektryczne (wzór Einsteina) ★ $$hf = W + E_{\text{kin}}$$

E_k oznacza maksymalną energię kinetyczną fotoelektronu. Fotoefekt wymaga hf ≥ W. Przy hf = W maksymalna energia kinetyczna fotoelektronu wynosi zero; przy hf < W emisja nie zachodzi. Natężenie światła zmienia liczbę emitowanych elektronów, a nie ich maksymalną energię.

pęd fotonu $$p = \frac{h}{\lambda}$$

λ to długość fali w próżni.

długość fali de Broglie'a $$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

Postać z p = mv jest nierelatywistyczna (v ≪ c). Ogólna zależność to $\lambda = h/p$.

zasada nieoznaczoności Heisenberga $$\Delta x \, \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Δx i Δp są odchyleniami standardowymi położenia i sprzężonej z nim składowej pędu w tej samej osi.

Atom wodoru

energia elektronu na n-tej orbicie $$E_n = -\frac{13{,}6\ \text{eV}}{n^2}$$ $$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

Wzór dotyczy atomu wodoru (jeden elektron, Z = 1). Dla jonu jednoelektronowego o Z protonach w jądrze (np. He^+) energie są Z^2 razy większe co do wartości bezwzględnej: $E_n = -13{,}6\ \text{eV} \cdot Z^2/n^2$.

energia fotonu przy przejściu między orbitami $$hf = E_m - E_n$$

E_m oznacza energię wyższego poziomu, E_n niższego: $E_m > E_n$ i f > 0. Przy emisji atom przechodzi z m do n, przy absorpcji z n do m. Równe energie nie opisują emisji ani absorpcji fotonu w tym modelu.

długość fali w widmie wodoru (wzór Rydberga) $$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Elektron przechodzi z orbity m na niższą orbitę n i wysyła foton. Dla n = 1 to seria Lymana (ultrafiolet), dla n = 2 seria Balmera (cztery linie w świetle widzialnym, pozostałe w bliskim ultrafiolecie), dla n = 3 seria Paschena (podczerwień). Przyjęto R dla wodoru z poprawką masy zredukowanej: $R = R_\infty/(1 + m_e/m_p) \approx 1{,}0967758 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1}$. $R_\infty \approx 1{,}0973732 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1}$ dotyczy nieskończenie ciężkiego jądra; to odrębne przybliżenie.

Promieniowanie cieplne

W tej sekcji: Każde ciało promieniuje, tym silniej, im jest gorętsze. Wzory dotyczą ciała doskonale czarnego; żelazo rozgrzane do białości świeci krótszą falą niż rozgrzane do czerwoności, bo jest gorętsze.

prawo Wiena $$\lambda_{\max} T = b$$

prawo Stefana-Boltzmanna $$I = \sigma T^4$$

Ciało doskonale czarne; T to temperatura bezwzględna powierzchni w kelwinach. Dla ciała rzeczywistego natężenie jest mniejsze (mnożymy przez emisyjność).

Fizyka jądrowa

równoważność masy i energii ★ $$E_0 = mc^2$$

energia wiązania jądra $$E_w = \Delta m c^2$$

prawo rozpadu promieniotwórczego $$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Warunki [1]

aktywność promieniotwórcza $$A = \lambda N$$

stała rozpadu $$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Warunki [1]

deficyt masy $$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_j$$

m_j to masa samego jądra, bez elektronów. Masa atomu z tablic jest większa o Z · m_e (m_e to masa elektronu), więc przy masach atomów użyj masy atomu wodoru zamiast m_p albo odejmij Z · m_e od masy atomu.

Mechanika relatywistyczna

pęd relatywistyczny $$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Warunki [2]

energia całkowita (relatywistyczna) $$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Warunki [2]

energia kinetyczna (relatywistyczna) $$E_{\text{kin}} = E - E_0$$

Warunki [2]

związek energii i pędu $$E^2 = E_0^2 + (pc)^2$$ $$E_0^2 = E^2 - (cp)^2$$

Wzory relatywistyczne obowiązują przy każdej prędkości, także małej; ciało o masie m > 0 ma v < c, a foton (E_0 = 0) ma E = pc. Gdy v jest dużo mniejsza od c: p ≈ mv, energia kinetyczna E_{kin} ≈ mv²/2, a energia całkowita E ≈ mc² + mv²/2; energia spoczynkowa pozostaje składnikiem energii całkowitej. Do wyznaczenia E_0 z pędu i prędkości potrzebne jest 0 < v < c; dla ciała w spoczynku trzeba znać masę.

czynnik Lorentza $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

v to wartość prędkości względnej układów; w zadaniach łączących czas i długość obie zależności dotyczą tej samej prędkości względnej. Dla układów inercjalnych i 0 ≤ v < c; v oznacza wartość prędkości względnej.

dylatacja czasu $$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

v to wartość prędkości względnej układów; w zadaniach łączących czas i długość obie zależności dotyczą tej samej prędkości względnej.

skrócenie długości $$l = \frac{l_0}{\gamma}$$

l i l_0 to wymiary wzdłuż kierunku prędkości względnej; położenia końców mierzymy jednocześnie w układzie obserwatora. Wymiary prostopadłe do prędkości się nie zmieniają. v to wartość prędkości względnej układów; w zadaniach łączących czas i długość obie zależności dotyczą tej samej prędkości względnej.

Mechanika kwantowa

wartość oczekiwana obserwabli $$\langle A \rangle = \int \psi^* \hat{A} \psi \, d^3r$$

Funkcja falowa znormalizowana, A operator obserwabli; * oznacza sprzężenie zespolone.

energie oscylatora kwantowego $$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

Jednowymiarowy oscylator harmoniczny, n=0,1,2,...; ω jest częstością kołową.

przesunięcie Comptona $$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

Rozpraszanie fotonu na początkowo spoczywającym swobodnym elektronie; θ kąt rozproszenia fotonu.

równanie Schrödingera zależne od czasu $$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$$

Nierelatywistyczny opis układu kwantowego; H jest operatorem Hamiltona.

stacjonarne równanie Schrödingera $$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V\psi = E\psi$$

Cząstka nierelatywistyczna w potencjale V niezależnym od czasu; odpowiednie warunki brzegowe.

normalizacja funkcji falowej $$\int |\psi(\mathbf{r})|^2 \, d^3r = 1$$

Cząstka znajduje się gdzieś w rozpatrywanej przestrzeni; funkcja normalizowalna.

energie w nieskończonej studni potencjału $$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$$

Studnia jednowymiarowa szerokości L; ściany nieskończenie wysokie, n=1,2,....

[1] Po czasie $T_1/_2$ rozpada się średnio połowa jąder danego izotopu, a po $2T_1/_2$ zostaje średnio jedna czwarta. Rozpady są losowe, więc dla dużej próbki to bardzo dokładne przybliżenie, a dla jednego jądra tylko prawdopodobieństwo 50%.

[2] Wzory relatywistyczne obowiązują przy każdej prędkości, także małej; ciało o masie m > 0 ma v < c, a foton (E_0 = 0) ma E = pc. Gdy v jest dużo mniejsza od c: p ≈ mv, energia kinetyczna E_{kin} ≈ mv²/2, a energia całkowita E ≈ mc² + mv²/2; energia spoczynkowa pozostaje składnikiem energii całkowitej.

Symbole i jednostki

symbol	znaczenie	jednostka
A	aktywność (liczba rozpadów na sekundę)	Bq
A	liczba masowa (liczba nukleonów)	$-$
A	obserwabla	
$\hat{A}$	operator obserwabli	
$\langle A \rangle$	wartość oczekiwana obserwabli	
b	stała Wiena ≈ 2,9 · 10⁻³	$\mathrm{m \cdot K}$
c	prędkość światła w próżni ≈ 3,00 · 10⁸	$\mathrm{m/s}$
E	energia fotonu	J
E_0	energia spoczynkowa ciała ($E_0 = mc^2$)	J
E_1	energia elektronu na pierwszej orbicie (stan podstawowy), $E_1 = -13{,}6\ \mathrm{eV}$	eV
E_{kin}	maksymalna energia kinetyczna wybitego elektronu	J
E_m	energia elektronu na wyższej orbicie m	J
E_n	energia elektronu na orbicie n	J
E_n	energia elektronu na orbicie n (1 eV ≈ 1,60 · 10⁻¹⁹ J)	eV
E_w	energia wiązania jądra	J
f	częstotliwość	Hz

symbol	znaczenie	jednostka
h	stała Plancka ≈ 6,63 · 10⁻³⁴	$\mathrm{J \cdot s}$
h	stała Plancka ≈ 6,63 · 10⁻³⁴ J · s	$\mathrm{J \cdot s}$
$\hbar$	zredukowana stała Plancka, ħ = h/(2π) ≈ 1,05 · 10⁻³⁴	$\mathrm{J \cdot s}$
$\hbar$	zredukowana stała Plancka	$\mathrm{J \cdot s}$
$\hat{H}$	operator Hamiltona	J
i	jednostka urojona	
I	moc promieniowania z $1\ \mathrm{m}^2$ powierzchni ciała	$\mathrm{W/m^2}$
l	długość ciała mierzona w układzie, względem którego się porusza	m
l_0	długość własna (w układzie ciała)	m
L	szerokość studni	m
m	masa	kg
m	numer wyższej orbity, z której przechodzi elektron (m > n)	$-$
m_e	masa elektronu ≈ 9,11 · 10⁻³¹	kg
m_j	masa jądra	kg
m_n	masa neutronu ≈ 1,675 · 10⁻²⁷	kg
m_p	masa protonu ≈ 1,673 · 10⁻²⁷	kg

Fizyka atomowa i jądrowa

symbol	znaczenie	jednostka
Δm	niedobór masy (deficyt masy) jądra	kg
n	numer orbity (1, 2, 3, ...)	$-$
n	numer poziomu	
n	numer poziomu	1
N	liczba jąder, które się jeszcze nie rozpadły	$-$
N_0	początkowa liczba jąder	$-$
p	pęd	$\mathrm{kg{\cdot}m/s}$
Δp	nieoznaczoność pędu	$\mathrm{kg{\cdot}m/s}$
$\mathbf{r}$	położenie	m
R	stała Rydberga, (nie mylić ze stałą gazową) ≈ 1,097 · 10⁷	$1/\mathrm{m}$
t	czas	s
Δt	czas zmierzony w układzie, względem którego zegar się porusza	s
Δt_0	czas własny (w układzie zegara)	s
T	temperatura bezwzględna ciała	K
$T_{1/2}$	czas połowicznego rozpadu	s
v	prędkość	$\mathrm{m/s}$

symbol	znaczenie	jednostka
V	energia potencjalna	J
W	praca wyjścia elektronu z metalu	J
Δx	nieoznaczoność położenia	m
Z	liczba atomowa (liczba protonów)	$-$
γ	czynnik Lorentza (zawsze co najmniej 1)	$-$
Δ	laplasjan przestrzenny (operator drugich pochodnych)	m^{-2}
θ	kąt rozproszenia	rad
λ	długość fali	m
λ	stała rozpadu	$1/\mathrm{s}$
$\lambda_{\max}$	długość fali, przy której widmo promieniowania (liczone na jednostkę długości fali) ma maksimum	m
$\Delta\lambda$	zmiana długości fali: długość po rozproszeniu minus długość przed (kąt rozproszenia od 0° do 180°)	m
σ	stała Stefana-Boltzmanna ≈ 5,67 · 10⁻⁸	$\mathrm{W/(m^2{\cdot}K^4)}$
ψ	funkcja falowa	$\mathrm{m}^{-3/2}$
ψ	funkcja falowa	
ω	częstość kołowa	$\mathrm{rad/s}$