Bryła sztywna

Wielkości ruchu obrotowego

moment siły ★ $M = rF\sin\beta$

Ramię siły ℓ to odległość osi obrotu od prostej, wzdłuż której działa siła: ℓ = r sin β, więc M = F·ℓ. Siła działa w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu. Jeśli ma składową wzdłuż osi, do wzoru bierz tylko składową prostopadłą do osi. N·m to jednostka momentu siły, nie energii. Dżule wychodzą dopiero z pracy W = M·$\Delta\alpha$, gdy kąt jest w radianach.

praca stałego momentu siły $W = M\Delta\alpha$

Moment siły jest stały i działa zgodnie z kierunkiem obrotu; przy kierunku przeciwnym praca ma znak minus. We wzorze kąt $\Delta\alpha$ jest w radianach: 1 obrót = 2π rad. Kalkulator sam przelicza kąt podany w stopniach.

moment bezwładności ★ $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$

twierdzenie Steinera $I = I_0 + md^2$

Osie są równoległe, a jedna z nich przechodzi przez środek masy.

Dynamika ruchu obrotowego

II zasada dynamiki ruchu obrotowego ★ $I\varepsilon = M$

Bryła sztywna obraca się wokół ustalonej osi, przy stałym momencie bezwładności I względem tej osi. M jest wypadkowym momentem sił wzdłuż tej osi.

moment pędu (kręt) $L = I\omega$

Obrót wokół stałej osi; I liczysz względem tej osi, a L to składowa momentu pędu wzdłuż tej osi.

moment pędu punktu materialnego $L = rp\sin\beta$

L liczysz względem wybranego punktu odniesienia; zmiana punktu zmienia r, a więc i L. Dla ruchu po okręgu wokół jego środka β = 90° i L = mvr. r i p to długości wektorów r i p, a β to kąt między nimi.

energia kinetyczna ruchu obrotowego $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}I\omega^2$

Obrót wokół stałej osi, I liczysz względem tej osi. Gdy ciało się toczy, dolicz jeszcze energię ruchu postępowego środka masy: ½mv².

zasada zachowania momentu pędu $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

Gdy wypadkowy moment sił zewnętrznych jest zerowy, moment pędu się nie zmienia: łyżwiarka przyciągająca ręce zmniejsza I i kręci się szybciej. Postać $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ dotyczy obrotu wokół tej samej osi, gdy cały moment pędu jest równy $I\omega$.

toczenie bez poślizgu $v = \omega R$

Punkt styku z podłożem nie ślizga się, więc ma prędkość zero względem podłoża. Wzór dotyczy każdego okrągłego ciała (walec, kula, obręcz, koło).

energia kinetyczna toczącego się ciała $E_{\text{kin}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$

Ciało toczy się bez poślizgu, więc v = ωR. Pierwszy składnik to energia ruchu postępowego środka masy, drugi energia obrotu wokół osi przez środek masy.

Środek masy

środek masy układu ciał $x_{\text{SM}} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

$x_{\text{SM}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

Wszystkie położenia mierz od tego samego punktu i w tym samym kierunku osi. Pierwszy wzór dotyczy układu dowolnej liczby ciał; drugi to jego postać szczególna dla dwóch ciał.

Symbole i jednostki

symbol	znaczenie	jednostka
d	odległość między osiami	m
E_{kin}	energia kinetyczna	J
F	siła	N
I	moment bezwładności	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
I_0	moment bezwładności względem osi przez środek masy	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
I_1	moment bezwładności przed zmianą	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
I_2	moment bezwładności po zmianie	$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$
L	moment pędu (kręt)	$\mathrm{kg{\cdot}m^2/s}$
m	masa	kg
m_1	masa ciała 1	kg
m_2	masa ciała 2	kg
m_i	masa i-tego punktu ciała	kg
M	moment siły	$\mathrm{N{\cdot}m}$
n	liczba punktów materialnych ciała	1
p	wartość pędu punktu materialnego	$\mathrm{kg{\cdot}m/s}$
P	moc	W

symbol	znaczenie	jednostka
r	odległość punktu przyłożenia siły od osi obrotu	m
r_i	odległość i-tego punktu ciała od osi obrotu	m
R	promień toczącego się ciała	m
v	prędkość środka ciała	$\mathrm{m/s}$
W	praca	J
x_1	położenie środka masy ciała 1	m
x_2	położenie środka masy ciała 2 (w tym samym układzie)	m
x_i	położenie środka masy i-tego ciała (współrzędna na tej samej osi)	m
x_{SM}	położenie środka masy (współrzędna)	m
α	kąt obrotu	rad
$\Delta\alpha$	kąt, o jaki obróciło się ciało	rad
β	kąt między wektorem r a wektorem siły	rad
ε	przyspieszenie kątowe	$\mathrm{rad/s^2}$
ω	prędkość kątowa	$\mathrm{rad/s}$
ω_1	prędkość kątowa przed zmianą	$\mathrm{rad/s}$
ω_2	prędkość kątowa po zmianie	$\mathrm{rad/s}$